# FUNCIONES II

En la ficha de ayer vimos qué era una función, sus variables, y los conceptos de función creciente, decreciente, máximo y mínimo relativo. Seguimos viendo más conceptos en los que nos interesa fijarnos cuando analizamos una función.

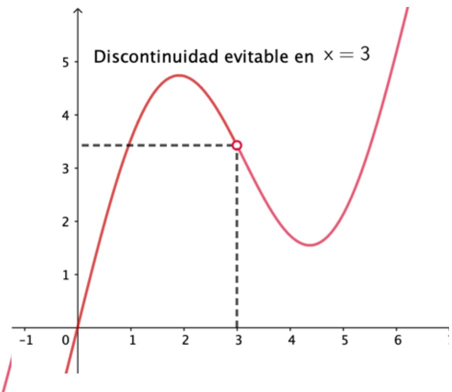
## Continuidad y discontinuidades

El concepto de continuidad de una función es muy intuitivo (en la mayoría de las funciones) ya que se corresponde con que la gráfica se pueda dibujar sin levantar el lápiz del papel. Cuando esto no ocurre, se producen “saltos” en determinados puntos que reciben el nombre de discontinuidades.

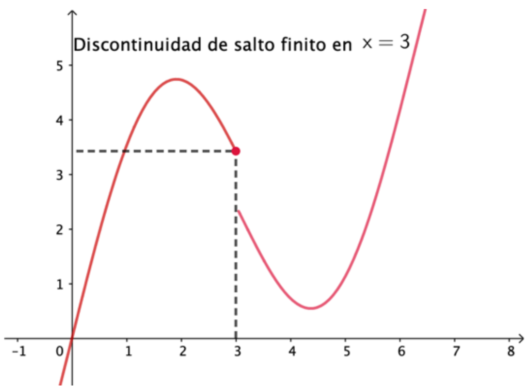
Una función se llama **continua** cuando **no presenta discontinuidad de ningún tipo**. Por tanto, su gráfica **se puede trazar sin levantar el lápiz del papel**.

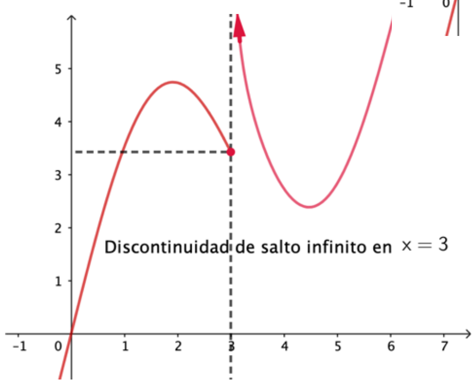
También se puede decir de una función que es **continua en un tramo**, aunque tenga discontinuidades en otros lugares.

Distinguimos varios tipos de discontinuidad:

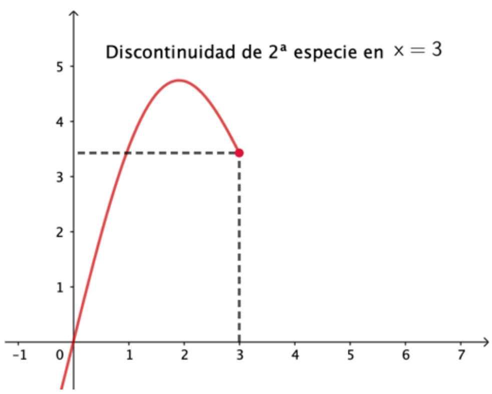


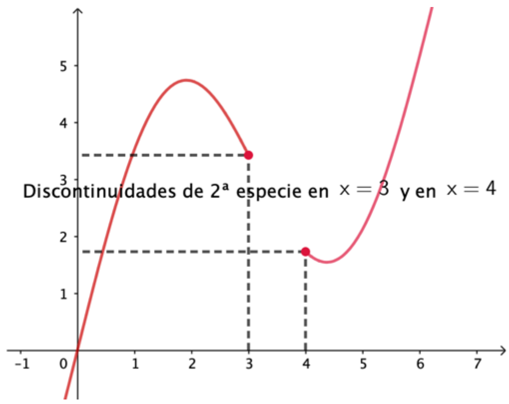

- **Evitable:** La gráfica sería continua salvo por un punto de la misma.
- **Esencial:** hay dos tipos:
  - De **primera especie** o “**de salto**”: La gráfica de la función presenta un “salto” y continúa en otro lado. Hay de dos tipos, salto finito y salto infinito.
  - 



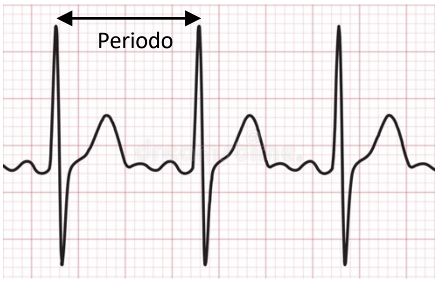

  - **De segunda especie**: La función “empieza” o termina en ese punto, y no hay función al otro lado. También cuando hay un “hueco” en la gráfica:

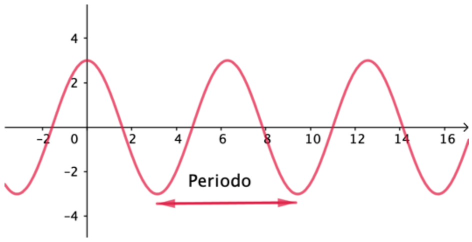


## Funciones periódicas

Una función periódica es aquella en la que **las imágenes de la función se repiten siempre** que se le añade a la variable independiente una cantidad fija, llamada **periodo**. Una función periódica queda perfectamente determinada conociendo su comportamiento en un periodo.

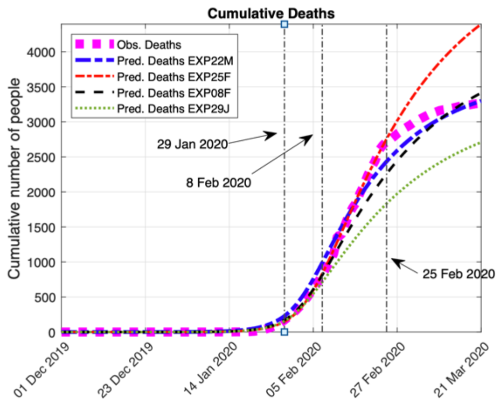



## Comportamiento a largo plazo

Cuando se estudia una función, resulta altamente interesante conocer cómo se va a comportar para valores grandes de la variable independiente:

**Ejemplo:** Observa la gráfica de la derecha. (Fuente: B. Ivorra, M.R. Ferrández, M. Vela-Pérez, A.M. Ramos, "Mathematical modeling of the spread of the coronavirus disease 2019 (COVID-19) considering its particular characteristics. The case of China" Preprint · March 2020.)




La gráfica de la derecha muestra el número total de fallecimientos por COVID-19 en China junto con las defunciones predichas por varios modelos matemáticos. Todas las gráficas muestran un comportamiento parecido. Al principio son casi planas, luego suben rápidamente y terminan estabilizándose a una determinada altura. Saber ese valor al "tiende a estabilizarse" la gráfica es muy importante en este caso.

En la gráfica, algunos modelos se estabilizan por unos 3000, mientras que otros suben mucho más.

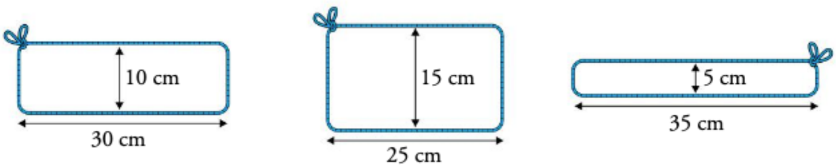
Hay funciones en las que, aunque solo conozcamos un trozo de ellas, podemos predecir cómo se comportarían lejos del intervalo en que han sido estudiadas, porque tienen ramas con una tendencia muy clara. En estos casos se dice que la función "tiende a" ese valor concreto que puede ser finito o infinito.

Otras funciones, por el contrario, no muestran ningún comportamiento claro y no podremos decir nada.

## Expresión analítica de una función

Todas las funciones que hemos visto hasta ahora nos han venido dadas por su gráfica. Hay, sin embargo, una gran cantidad de funciones que pueden darse mediante una fórmula con la que se relacionan de forma exacta las dos variables.

**Ejemplo:** Disponemos de un hilo de 80 cm unido por sus extremos y deseamos formar con él rectángulos distintos, como se muestra en estas figuras:

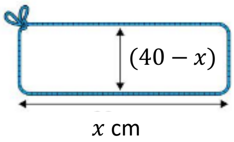


Departamento de Matemáticas

## MATEMÁTICAS 3º ESO – FUNCIONES

Sesión XI. 25/03/2020

El área de cada uno de los rectángulos que formemos va a depender de la medida que tomemos como base del rectángulo. En este caso la variable que nosotros elegimos (variable independiente) es la medida de la base ($x$), mientras que la variable dependiente es el área que tendrá el rectángulo.

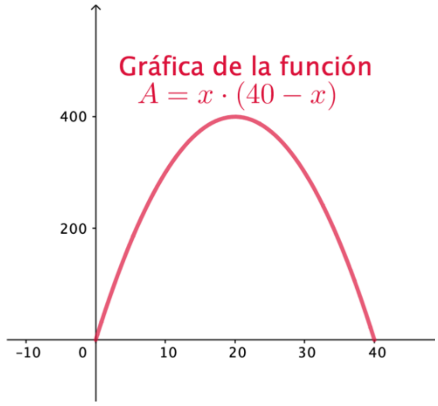



Si tomamos $x$ cm de base, y como la cuerda mide en total 80 cm, la altura medirá $(40-x)$ cm. Por lo tanto, el área del rectángulo formado será:

$$\text{Área} = \text{base} \cdot \text{altura} \ \rightarrow A = x \cdot (40-x)$$

Así pues, la fórmula matemática que describe la relación existente entre la base del rectángulo formado por el cordel y su área es

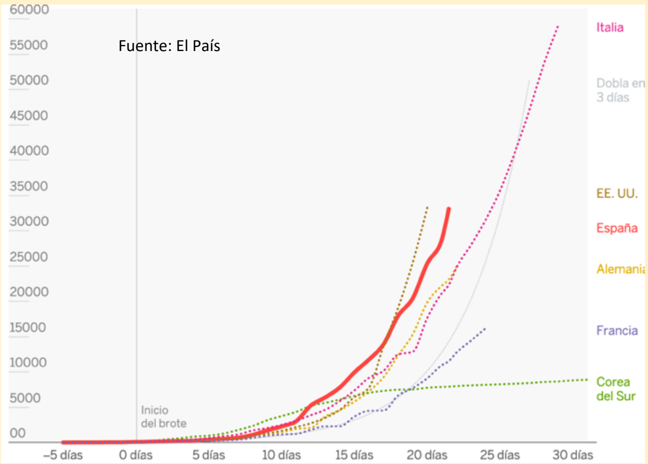
$$A = x \cdot (40-x)$$




La **expresión analítica** de una función es una **ecuación** que **relaciona algebraicamente las dos variables** que intervienen.

## EJERCICIOS

Las siguientes gráficas han aparecido en la prensa hablando de la evolución de los enfermos por coronavirus y responde las siguientes preguntas:




1) Fíjate en la función roja gruesa del gráfico (la que corresponde a España) ¿En qué intervalo es continua? ¿Qué discontinuidades tiene?

2) A qué valor tiende la gráfica, ¿Se estabiliza o crece indefinidamente?

3) La gráfica verde, correspondiente a Corea del Sur, ¿a qué valor tiende?

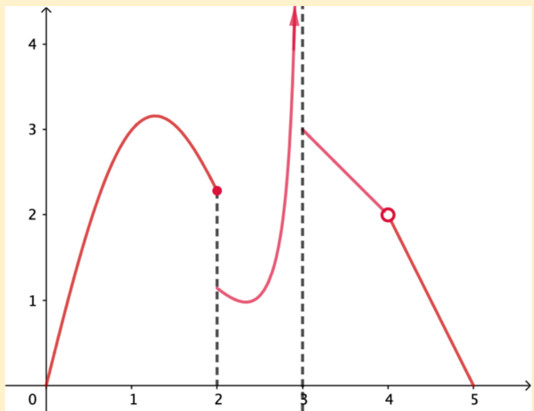
4) Para la gráfica de la derecha:

1.- Escribe su dominio y recorrido

2.- Escribe los intervalos donde la función es creciente y donde es decreciente.

3.- Escribe la abscisa ($x$) de sus máximos y mínimos relativos.

4.- ¿Es continua? Analiza sus discontinuidades.




5) Una empresa de alquiler de patines eléctricos cobra 1 € mensual más 0,02 € por cada hora de alquiler del patín. Llamamos $x$ al tiempo (en horas) que he usado en un mes el patín, y $P$ a la cantidad que tengo que pagar al mes. Escribe la expresión analítica de la cantidad que pago al mes $P$ en función de las horas $x$ que he usado el patín ese mes. Utiliza la aplicación Geogebra (https://www.geogebra.org/) para dibujar la gráfica de la función y cópiala en tu cuaderno.