FRACCIONES ALGEBRAICAS

Una fracción algebraica es el **cociente** de dos polinomios

Ejemplo: $\frac{x^2-3x+2}{x-1}$

Para trabajar con fracciones algebraicas necesitas recordar:

- Fracciones numéricas: amplificación, simplificación, pasar a común denominador, …
- Operaciones con polinomios: suma, resta y multiplicación.
- Sacar factor común
- Identidades notables:
  - $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + 2ab + b^2$
  - $(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - 2ab + b^2$
  - $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Simplificación

Las fracciones algebraicas se pueden simplificar de manera similar a las numéricas: hay que descomponer en factores el numerador y el denominador y a continuación se eliminan los factores repetidos de ambos:

$$\frac{3x^2(x+3)}{6x(x+3)} = \frac{\cancel{3} \cdot x \cdot \cancel{x} \cdot \cancel{(x+3)}}{\cancel{3} \cdot 2 \cdot \cancel{x} \cdot \cancel{(x+3)}} = \frac{x}{2}$$

Amplificación

Para amplificar fracciones algebraicas, se multiplican numerador y denominador por el mismo factor:

$$\frac{5x-1}{x^3} = \frac{(5x-1)\cdot(x+1)}{x^3\cdot(x+1)} = \frac{5x^2+4x-1}{x^4+x^3}$$

Pasar a común denominador

Se calcula el denominador común (mínimo común múltiplo). A continuación, se deben amplificar cada una de las fracciones añadiendo los factores que le falten:

$$\frac{3}{x^2} \qquad \frac{5x-2}{x(x+1)}$$

Común denominador: $x^2(x+1)$

$$\frac{3}{x^2}\left(\text{le falta } (x+1)\right) \quad \rightarrow \quad \frac{3}{x^2} = \frac{3\cdot(x+1)}{x^2\cdot(x+1)} = \frac{3x+3}{x^3+x^2}$$

$$\frac{5x-2}{x(x+1)}\ (\text{le falta } x) \quad \rightarrow \quad \frac{5x-2}{x(x+1)} = \frac{(5x-2)\cdot x}{x\cdot x(x+1)} = \frac{5x^2-2x}{x^3+x^2}$$

Suma y resta

Para sumar y restar fracciones algebraicas se pasan a común denominador y se suman o restan los numeradores:

$$\frac{3}{x^2} + \frac{5x-2}{x(x+1)} = \frac{3x+3}{x^3+x^2} + \frac{5x^2-2x}{x^3+x^2} = \frac{3x+3+5x^2-2x}{x^3+x^2} = \frac{5x^2+x+3}{x^3+x^2}$$

Producto

El producto de fracciones algebraicas es igual al producto de sus numeradores entre el producto de sus denominadores:

$$\frac{5x}{x+2}\cdot\frac{4-x}{x^2}=\frac{5x\cdot(4-x)}{(x+2)\cdot x^2}=\frac{-5x^2+20x}{x^3+2x^2}$$

Si fuera posible, se deberá simplificar la fracción resultante:

$$\frac{3x}{x+1}\cdot\frac{x(x+1)}{x^2}=\frac{3\cancel{x}\cdot\cancel{x}\,\cancel{(x+1)}}{\cancel{(x+1)}\cdot\cancel{x^2}}=3$$

Cociente

El cociente de dos fracciones algebraicas es igual a la primera por la inversa de la segunda (productos cruzados)

$$\frac{5x}{x+2}:\frac{4-x}{x^2}=\frac{5x\cdot x^2}{(x+2)\cdot(4-x)}=\frac{5x^3}{-x^2+2x-8}$$

Al igual que con el producto, se deberán simplificar las fracciones si fuera necesario:

$$\frac{(x-1)(x+1)}{2x^3}:\frac{x-1}{x^2}=\frac{\cancel{(x-1)}(x+1)\cancel{x^2}}{2x^{\cancel{3}}\cancel{(x-1)}}=\frac{x+1}{2x}$$

EJERCICIOS

Operar y simplificar:

1) $\frac{3x+4}{x+1}+\frac{4x-2}{x+1}-\frac{2x+4}{x+1}$

2) $\frac{3x+1}{x+1}+\frac{4x-2}{x-1}$

3) $\frac{3x+3}{x}+\frac{x-3}{x^2}-\frac{4}{x^3}$

4) $\frac{3x+4}{2x}\cdot\frac{4x^2}{6x+8}$

5) $\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}\right):\frac{1}{(x+1)(x-1)}$