SISTEMAS DE ECUACIONES NO LINEALES

Cuando en un sistema de ecuaciones, alguna de las ecuaciones no es lineal, entonces hablamos de un sistema de ecuaciones no lineales. Cuando las ecuaciones son de segundo grado también se habla de sistemas cuadráticos.

Habitualmente resolveremos los sistemas no lineales utilizando el **método de sustitución**.

Ejemplo:

Resuelve el sistema:

$$\begin{cases} 3x+y=14 \\ x^2-2y^2=8 \end{cases} \begin{array}{l} \rightarrow y = 14-3x \\ \quad\quad \xrightarrow{\downarrow} \end{array} \quad x^2-2(14-3x)^2=8 \rightarrow x^2-2(196-84x+9x^2)=8 \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2-392+168x-18x^2-8=0 \rightarrow -17x^2+168x-400=0 \rightarrow$$

$$x=\frac{-168\pm\sqrt{168^2-4\cdot(-17)\cdot(-400)}}{2\cdot(-17)}=\frac{-168\pm 32}{-34}\rightarrow \begin{cases} x_1=4 \\ x_2=\dfrac{100}{17} \end{cases}$$

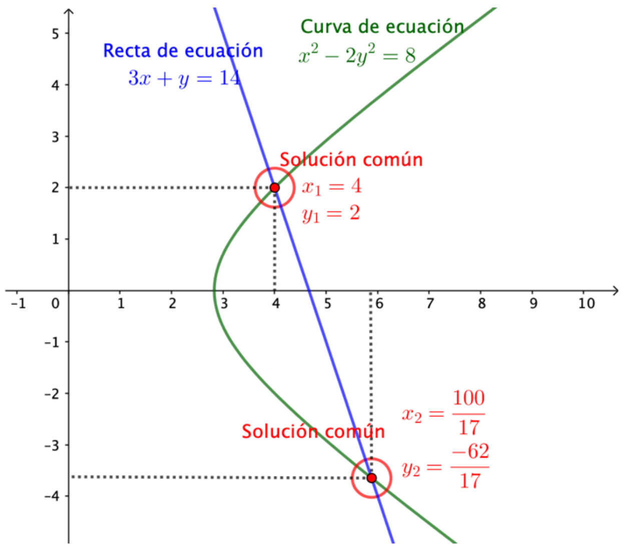
Cada uno de los valores de x obtenidos, lo sustituimos en la fórmula despejada para calcular y:

$$x_1=4 \rightarrow y_1=14-3\cdot 4=2$$

$$x_2=\frac{100}{17}\rightarrow y_2=14-3\cdot\frac{100}{17}=\frac{238}{17}-\frac{300}{17}=\frac{-62}{17}$$

Y, por lo tanto, hay dos soluciones: $x_1=4, y_1=2$ la primera y $x_2=\frac{100}{17}, y_2=\frac{-62}{17}$ la segunda.

Tal y como se vio en la ficha de ayer, desde un punto de vista gráfico, **la primera de las ecuaciones define una recta**. Sin embargo, **las soluciones de la ecuación no lineal definen una curva** que se puede dibujar en cualquier programa gráfico:



No siempre se utilizará el método de sustitución. Si las dos ecuaciones lo permiten, se podrá emplear otros métodos, por ejemplo, el de reducción:

Ejemplo:

Resuelve el sistema:

$$\begin{cases} x^2+y^2=13. \\ 3x^2-2y^2=-6 \end{cases} \quad \begin{array}{r} \xrightarrow{\cdot 2} 2x^2+2y^2=26 \\ \longrightarrow 3x^2-2y^2=-6 \\ \hline 5x^2 \quad\quad =20 \end{array} \rightarrow x^2=4 \rightarrow x=\pm 2$$

Para obtener los valores de y, se sustituye en cualquiera de las ecuaciones **cada uno de los valores de x obtenidos**:

$$x=2\rightarrow 2^2+y^2=13 \rightarrow y^2=9\rightarrow \ y=\pm 3$$

$$x=-2\rightarrow (-2)^2+y^2=13 \rightarrow y^2=9\rightarrow \ y=\pm 3$$

Por tanto, hay **cuatro soluciones** (dos soluciones de y para cada una de las dos de x): $x_1=2, y_1=3$ la primera; $x_2=2, y_2=-3$ la segunda; $x_3=-2, y_3=3$ la tercera; y $x_4=-2, y_4=-3$ la cuarta.

EJERCICIOS

Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones no lineales:

1) $\begin{cases} x + y = 3 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x - 3y = -3 \\ x^2 + y^2 = 9 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x + 2y = 14 \\ xy = 24 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 3x + y = 7 \\ xy + 3y = 16 \end{cases}$

5) $\begin{cases} x^2 + 2y^2 = 54 \\ 3x^2 - y^2 = 99 \end{cases}$

6) $\begin{cases} 3x^2 + 2y^2 = 66 \\ 2x^2 + 3y^2 = 59 \end{cases}$